4. Énoncé des exercices

Méthode Quand un exercice est donné à faire à la maison, **toutes les questions** de cet exercice doivent être traitées sur le cahier d'exercices (pas au brouillon).
Dans le cas contraire, l'exercice sera considéré comme "non fait".
Toute trace de recherche, toute réponse, même fausse, est acceptée (à part la réponse "je n'ai pas compris" suivie d'aucune trace de recherche).
Je ne vous demande pas de réussir, je vous demande d'essayer ; et vous avez **le droit de vous tromper**.

Exercice 3.1 1. Déterminer le développement décimal des nombres suivants :
$\frac{1}{2}$ $\quad \frac{125}{10}$ $\quad \frac{3}{4}$ $\quad \frac{7}{5}$ $\quad \frac{36}{12}$

2. Écrire les nombres suivants sous forme fractionnaire irréductible :
$0,8 \quad 0,25 \quad 0,09 \quad 13,4 \quad 0$

Exercice 3.2 (sans calculatrice) Une fraction unitaire est une fraction de type $\frac{1}{n}$, où n est un entier naturel supérieur ou égale à 2.

1. Écrire $\frac{1}{6}$ comme somme de deux fractions unitaires distinctes d'au moins deux façons différentes.
2. Vérifier les égalités suivantes : $\frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$; $\quad \frac{1}{3} = \frac{1}{4} + \frac{1}{12}$; $\quad \frac{1}{4} = \frac{1}{5} + \frac{1}{20}$
3. Conjecturer une écriture de $\frac{1}{5}$ comme somme de deux fractions unitaires distinctes. Vérifier.
4. Pour n entier naturel supérieur ou égal à 2, écrire $\frac{1}{n}$ comme somme de deux fractions unitaires distinctes.

Exercice 3.3 (Preuve de la propriété 3.2) Soient a un entier relatif, et n, p, q des entiers naturels.

1. Par définition, un nombre décimal s'écrit $\frac{a}{10^n}$.
Expliquer pourquoi il peut s'écrire $\frac{a}{2^p \times 5^q}$, où l'on précisera p et q.
2. Réciproquement, soit un nombre de la forme $\frac{a}{2^p \times 5^q}$.
En envisageant séparément trois cas ($p < q$, $p = q$ et $p > q$), expliquer pourquoi ce nombre peut s'écrire sous la forme $\frac{a}{10^n}$.

Exercice 3.4 Déterminer la nature de chaque nombre (à quel(s) ensemble(s) appartient-il ?).
$\frac{2}{3} \quad \frac{16}{240} \quad \frac{54}{31} \quad \frac{156250}{1128}$
$\frac{4+5}{2+5} \quad 10^{-5} \quad 1,78 \quad -\frac{1}{3}$

Pour préparer le DS : 3.A

Méthode Pour faire une démonstration par l'absurde :

- On suppose **le contraire** de ce que l'on veut démontrer
- On essaie d'aboutir à une **contradiction**
- Si on y parvient, c'est que notre hypothèse de départ (le contraire de ce que l'on voulait démontrer) est fausse, donc que ce que l'on voulait démontrer est vrai.

Exercice 3.5 On se propose de ***démontrer par l'absurde*** que $\frac{1}{3}$ n'est pas un nombre décimal.

1. On suppose que $\frac{1}{3}$ est un nombre décimal. Comment peut-on traduire cette hypothèse ?
2. Pourquoi cela signifie-t-il qu'il existe un nombre entier n tel que 10^n soit multiple de 3 ?
3. Trouver la contradiction et conclure.

Pour préparer le DS : 3.B

Exercice 3.6 Une plaque métallique rectangulaire a pour dimensions, en cm, $L \simeq 4,5$ et $\ell \simeq 2,3$.

1. Les mesures ayant été faites avec un pied à coulisse, elles sont données avec une erreur de plus ou moins $0,01cm$.

En déduire un encadrement décimal d'amplitude $0,02$ de L , puis de ℓ.

2. (a) Déterminer un encadrement décimal de l'aire S, en cm^2, de cette plaque métallique.
   (b) En déduire un encadrement décimal de S en choisissant un nombre de chiffres significatifs adapté.

Pour préparer le DS : 3.C

Exercice 3.7 1. Traduire chaque information par l'appartenance de x à un intervalle.
Représenter cet intervalle sur une droite graduée.

a) $3 \leq x \leq 7$	b) $-3 \leq x < 5$	c) $x < 5$
d) $x \geq 0$	e) $-2 < x \leq 1$	f) $x \leq -2$

2. Traduire chaque information par des inégalités.

a) $x \in [-2;1]$	b) $x \in]0;4[$	c) $x \in [1;100[$
d) $x \in]-\infty;10[$	e) $x \in [5;+\infty[$	f) $x \in]-\infty;0]$

Exercice 3.8 Soient deux intervalles I et J.
On appelle **réunion** de ces deux intervalles, et on note $I \cup J$, l'ensemble des nombres qui sont soit dans I, soit dans J, soit dans les deux.
On appelle **intersection** de ces deux intervalles, et on note $I \cap J$, l'ensemble des nombres qui sont à la fois dans I et dans J.
Déterminer la réunion et l'intersection des intervalles suivants (on fera d'abord un dessin, puis on écrira la réponse sous forme d'intervalles) :

1. $I = [-1;4]$ et $J =]2;+\infty[$
2. $I =]-\infty;2[$ et $J =]-2;6[$

Pour préparer le DS : 3.D ; 3.E ; 3.F.

Exercice 3.9 Pour les intervalles I suivants, traduire le fait que x appartienne à I par une inégalité du type $|x-a| \leqslant r$ (on pourra s'aider d'une figure) :

1. $I = [-3;3]$
2. $J = [1;7]$
3. $K = [-7;-2]$
4. $L = [-\frac{1}{2};\frac{1}{3}]$

Exercice 3.10 Soient A et B les points d'abscisses respectives 3 et 9 d'une droite graduée, et M un point de cette droite dont l'abscisse x vérifie : $|x-3| = |x-9|$

1. Interpréter cette égalité en termes de distances.
2. En déduire la valeur de x.
3. Question ouverte : pour quelle(s) valeur(s) de x a-t-on $|x| = |2x-1|$?

Pour préparer le DS : 3.G ; 3.H ; 3.I ; 3.J.